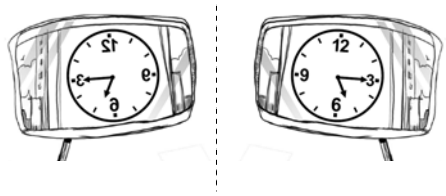
QUESTÃO 1
ALTERNATIVA A

Na imagem que aparece no espelho do Benjamim, o ponteiro dos minutos aponta para o algarismo 3, enquanto que o ponteiro das horas está entre o algarismo 6 e o traço correspondente ao algarismo 5, mais próximo deste último. Deste modo, o relógio marcava 5h 15min.

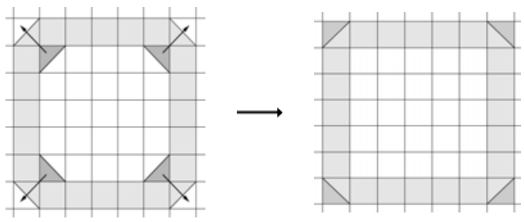
Outra maneira de enxergar o resultado é imaginar que a imagem que aparece no espelho do Benjamim voltará ao normal se for novamente refletida em um espelho. Fazemos isto na figura ao lado e vemos imediatamente que a hora marcada era 5h 15min.



QUESTÃO 2
ALTERNATIVA D

A figura pode ser decomposta em 20 quadradinhos e 8 triângulos, de acordo com o quadriculado. Juntando dois desses pequenos triângulos formamos um quadradinho. Temos assim um total de $20+\frac{8}{2}=20+4=24$ quadradinhos.

Outra maneira de resolver a questão é mover os quatro triângulos destacados como indicado na figura. A área sombreada permanece a mesma e podemos contar diretamente 24 quadradinhos sombreados, à direita. Alternativamente, temos dois quadrados, um de lado 7 cm e outro de lado 5 cm, e a área da região sombreada é a diferença entre as áreas desses quadrados, ou seja, $7^2 – 5^2 = 49 – 25 = 24$ cm^2.



QUESTÃO 3
ALTERNATIVA E

24 é o maior número que aparece na figura. Indicamos abaixo a sequência de operações e seu resultado.

$$24 \xrightarrow{\div 12} 2 \xrightarrow{\times 6} 12 \xrightarrow{\div 2} 6 \xrightarrow{\times 24} 144\,.$$

QUESTÃO 4
ALTERNATIVA D

Temos $\frac{19}{3}=6+\frac{1}{3}$, que é maior que 6, e $\frac{55}{7}=7+\frac{6}{7}$, que é menor que 8. O único número inteiro maior que 6 e menor que 8 é o número 7.

Podemos também resolver o problema escrevendo as frações em forma decimal: $\frac{19}{3}=6{,}6\ldots$ e $\frac{55}{7}=7{,}8\ldots$. O único número inteiro que fica entre 6,6... e 7,8... é o 7, como antes.

QUESTÃO 5
ALTERNATIVA E

Como mostra a figura ao lado, uma folha de papel do segundo pacote equivale a 6 folhas do primeiro pacote. Como a quantidade de folhas em cada pacote é a mesma, o peso do pacote maior é 6 vezes o peso do pacote menor, ou seja, o pacote maior pesa $6\times 2=12$ quilos.

QUESTÃO 6
ALTERNATIVA C

Como o pé do Maurício tem 26 cm, ele calculou o número de seu sapato como segue:

$$26 \xrightarrow{\times 5} 130 \xrightarrow{+28} 158 \xrightarrow{\div 4} 39{,}5 \xrightarrow{\text{arredondando para cima}} 40$$

QUESTÃO 7
ALTERNATIVA D

Como Carlos disse "E se, em vez disso, eu jogar um de seus peixes no rio, ficaremos com o mesmo número", vemos que Pedro pescou um peixe a mais que Carlos. O total de peixes é então a soma de dois inteiros consecutivos; uma tal soma é sempre ímpar, e a alternativa C) está excluída. Exprimimos agora cada uma das outras alternativas como soma de dois inteiros consecutivos, o menor sendo uma possibilidade para o número de peixes do Carlos e a maior para o número de peixes do Pedro: A) $5 = 2+3$, B) $7 = 3+4$, D) $9 = 4+5$ e E) $11 = 5+6$. Como Pedro disse "Se você me der um de seus peixes, eu ficarei com o dobro do número de peixes com que você vai ficar", devemos verificar em qual destas expressões a maior parcela mais 1 é o dobro da menor parcela menos 1. Isto só acontece na alternativa D), pois $5+1 = 6 = 2\times(4-1)$.

Uma solução diferente é a seguinte. Já vimos que Pedro pescou 1 peixe a mais que Carlos. Se Carlos desse um de seus peixes para Pedro, então Pedro ficaria ao mesmo tempo com o dobro do número de peixes de Carlos e com 3 peixes a mais que Carlos; ou seja, Pedro ficaria com 6 peixes e Carlos com 3. Segue que Pedro pescou 5 peixes e Carlos outros 4.

Pode-se também resolver esta questão utilizando elementos de pré-algebra. Se n é a quantidade de peixes do Carlos, então Pedro tem $n+1$ peixes. Se Carlos desse um peixe a Pedro, ele ficaria com $n-1$ peixes e Carlos ficaria com $n+2$. Temos assim $n+2 = 2(n-1) = 2n-2$, e segue que $n = 4$.

QUESTÃO 8
ALTERNATIVA C

O número total de bolinhas de uma peça é ímpar quando um dos quadrados tiver um número ímpar de bolinhas e o outro tiver um número par de bolinhas. São 3 possibilidades para números ímpares (1, 3 e 5) e 4 possibilidades (0, 2, 4 e 6) para números pares. Logo o número de peças que apresentam um número ímpar de bolinhas é $3\times 4 = 12$.

Podemos também fazer uma listagem ordenada de todas as peças, marcando aquelas que têm um número ímpar de bolinhas:

0-0						
0-1	1-1					
0-2	**1-2**	2-2				
0-3	1-3	**2-3**	3-3			
0-4	**1-4**	2-4	**3-4**	4-4		
0-5	1-5	**2-5**	3-5	**4-5**	5-5	
0-6	**1-6**	2-6	**3-6**	4-6	**5-6**	6-6

QUESTÃO 9
ALTERNATIVA B

A quantidade de água que Daniela gastava por semana (isto é, em 7 dias) em cada atividade era:

- *lavar roupa*: $7\times 150 = 1050$ litros;
- *banho de 15 minutos*: $7\times 90 = 630$ litros;
- *lavar o carro com mangueira*: $1\times 100 = 100$ litros.

Assim, ela gastava $1050+630+100 = 1780$ litros por semana. Com a economia, Daniela passou a gastar semanalmente em cada atividade:

- *lavar roupa no tanque*: $3\times 150 = 450$ litros;
- *banho de 5 minutos*: $7\times\frac{90}{3} = 7\times 30 = 210$ litros;
- *lavar o carro com balde*: $1\times 10 = 10$ litros,

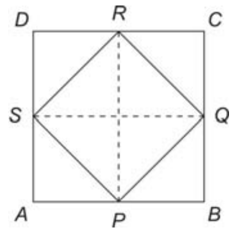
ou seja, um total de $450+210+10 = 670$ litros. Portanto, ela passou a economizar por semana $1780-670 = 1110$ litros de água.

Podemos também pensar diretamente na economia semanal da Daniela:

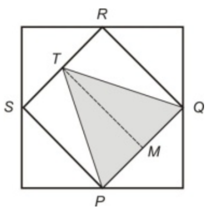
- 4 *lavagens de roupa*: $4\times 150 = 600$ litros;
- $\frac{2}{3}$ *banho por dia*: $7\times\frac{2}{3}\times 90 = 420$ litros;
- *substituir a mangueira pelo balde:* $100-10 = 90$,

o que nos dá o total de $600+420+90 = 1110$ litros.

QUESTÃO 10
ALTERNATIVA A



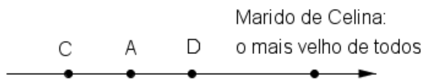
Traçando os segmentos *QS* e *PR,* vemos que o quadrado *ABCD* é composto de 8 triângulos retângulos iguais e que o quadrado *PQRS* é formado por 4 desses triângulos. Portanto, a área do quadrado *PQRS* é metade da área do quadrado *ABCD*, ou seja, $\frac{40}{2} = 20\text{ cm}^2$.

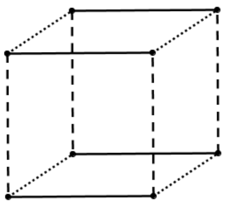


Traçando agora o segmento *TM*, onde *M* é o ponto médio de *PQ*, vemos que o quadrado *PQRS* é composto de 4 triângulos retângulos iguais e o triângulo *PQT* é formado por 2 desses triângulos. Logo, a área do triângulo *PQT* é metade da área do quadrado *PQRS*, ou seja, $\frac{20}{2} = 10\text{ cm}^2$.

QUESTÃO 11
ALTERNATIVA C

Na figura ao lado**,** A representa a idade de Arnaldo, C a de Celina e D a de Dalila; a flecha indica o sentido de idade crescente. A ordem das letras C, A e D indica que Arnaldo é mais velho que Celina e mais novo que Dalila. Logo o esposo de Celina é Beto, que é também o mais velho de todos.





QUESTÃO 12
ALTERNATIVA B

Cada vértice é a extremidade de três arestas e, portanto, são necessárias pelo menos três cores diferentes. Por outro lado, três cores diferentes bastam; podemos ver isto na figura, onde três cores diferentes estão indicadas em traços cheio, tracejado e pontilhado.

QUESTÃO 13
ALTERNATIVA E

Vamos fazer uma tabela para organizar os dados do problema.

	Ana	Beto	Carlos	Dora	Emília	deve no total
Ana		1		3		4
Beto					3	3
Carlos	1	2			2	5
Dora		2	1			3
Emília				1		1
tem a receber	1	5	1	4	5	

Em cada linha lemos as dívidas; por exemplo, a primeira linha mostra que Ana deve 1 real para Beto e 3 reais para Dora, sendo sua dívida total de 4 reais. Analogamente, nas colunas lemos o que cada um tem a receber; por exemplo, a segunda coluna mostra que Beto tem a receber 1 real de Ana, 2 reais de Carlos e 2 reais de Dora, num total de 5 reais. Ana recebeu 10 reais de seus pais, vai pagar 4 e receber 1, ficando com $10 - 4 + 1 = 7$ reais. Para os outros, a situação será

- Beto: $10 - 3 + 5 = 12$;
- Carlos: $10 - 5 + 1 = 6$;
- Dora: $10 - 3 + 4 = 11$;
- Emília: $10 - 1 + 5 = 14$.

Vemos assim que, ao final, Emília ficará com mais que os outros.

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA D

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \times & & \mathbf{c} \\ \hline \mathbf{9} & \mathbf{d} & \mathbf{3} \end{array}$$

Vamos chamar os algarismos borrados de *a*, *b*, *c* e *d*, como ilustrado ao lado. Como o algarismo das unidades do resultado é 3, temos quatro possibilidades para *b* e *c*, nesta ordem: 1 e 3, 3 e 1, 7 e 9 ou 9 e 7.

Como o multiplicando é menor que 200, podemos eliminar as duas primeiras possibilidades, pois um número menor que 200 multiplicado por 1 ou por 3 não passa de 600. Na terceira possibilidade, o multiplicando seria no mínimo 117 e então o produto seria no mínimo $117\times 9=1053$, o que não acontece.

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{9} \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{9} & \mathbf{d} & \mathbf{3} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{9} \\ \times & & \mathbf{7} \\ \hline \mathbf{9} & \mathbf{7} & \mathbf{3} \end{array}$$

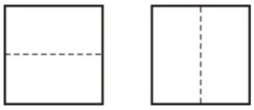
Resta a última possibilidade, que está ilustrada à esquerda. Como $117\times 7=819$, tentamos $139\times 7=973$, que está de acordo com o enunciado. As outras tentativas para o multiplicando, a saber, 157, 177 e 197, não servem, pois ao multiplicá-las por 7 o resultado é sempre maior que 1000. Logo os algarismos manchados são 3, 9, 7 e 7, e sua soma é $3+9+7+7=26$.

QUESTÃO 15
ALTERNATIVA C

O **T** é formado por um retângulo 4×2 na parte de cima e um quadrado 2×2 na parte de baixo, como mostrado ao lado. Vamos primeiro contar de quantas maneiras é possível dividir o **T** com retângulos 2×1, dividindo primeiro o retângulo e depois o quadrado.

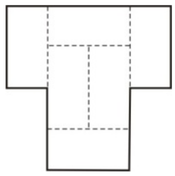
O retângulo pode ser pode ser dividido de 5 maneiras diferentes, mostradas a seguir.

O quadrado pode ser dividido de 2 maneiras diferentes, mostradas a seguir.



Pelo princípio fundamental da contagem, segue que o **T** pode ser dividido de $5\times 2=10$ maneiras diferentes, quando preenchemos primeiro o retângulo e depois o quadrado.

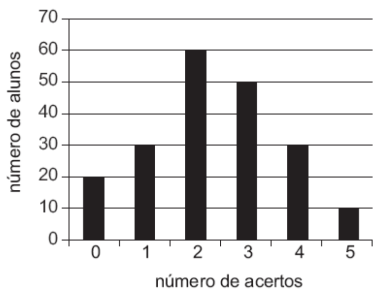
Há ainda outra maneira de dividir o **T**, ilustrada na figura ao lado. Esta não aparece na contagem acima, pois não pode ser obtida como uma divisão do retângulo seguida de uma divisão do quadrado.



Logo, o número total de maneiras em que se pode dividir o **T** é $10+1=11$.

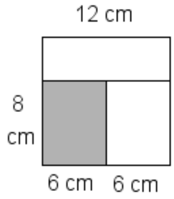
QUESTÃO 16
ALTERNATIVA D

O gráfico mostra que $20+30+60+50+30+10=200$ alunos fizeram a prova. Vamos às alternativas.



A) É falsa, pois 10% de 200 é 20 e o número de alunos que não resolveram nenhuma questão é 10, que corresponde a 5% do total de alunos.
B) É falsa, pois a quantidade de alunos que acertaram mais de 2 questões é $50+30+10=90$, menos do que a metade de alunos que fizeram a prova.
C) É falsa, pois o gráfico mostra que exatamente 200 alunos fizeram a prova.
D) É verdadeira, pois o número de alunos que acertaram 4 ou 5 questões é $30+10=40$.
E) É falsa, pois 20% de 200 é 40 e o número de alunos que não resolveram nenhuma questão é 20, que corresponde a 10% do total de alunos.

QUESTÃO 17
ALTERNATIVA A



O quadrado tem lado 12 cm, logo sua área é igual a $12^2 = 144$ cm^2. Portanto, cada um dos três retângulos tem área igual a $\frac{144}{3} = 48$ cm^2. Os dois retângulos inferiores são iguais, pois têm a mesma área e a mesma altura. Logo, têm a mesma largura, igual a $\frac{12}{2} = 6$ cm e, dessa forma, sua altura é $\frac{48}{6} = 8$ cm. Assim, o perímetro do retângulo sombreado é $6 + 8 + 6 + 8 = 28$ cm.

QUESTÃO 18
ALTERNATIVA B
Um número com uma determinada quantidade de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de zero, é sempre maior que qualquer número que tenha um algarismo a menos. Por exemplo, 1000 (com 4 algarismos) é maior do que 999 (que tem apenas 3 algarismos). Assim, com exatamente 13 palitos, devemos formar um número que tenha a maior quantidade possível de algarismos, sendo o primeiro à esquerda diferente de 0. Como o 1 é formado pelo menor número de palitos entre todos os algarismos, vemos que para obter o maior número possível com 13 palitos devemos usar tantos algarismos 1 quanto possível.

Não é possível usar 6 algarismos 1, pois neste caso já teríamos usado 12 palitos e não há algarismo que possa ser formado com apenas 1 palito. Pelo mesmo motivo, não é possível usar 5 algarismos 1; não há algarismo formado por 3 palitos. Mas é possível usar 4 algarismos 1; neste caso, usamos 8 palitos e podemos completar o número com um entre os algarismos 2 ou 5, que são formados por 5 palitos. Neste caso, devemos escolher o 5, que nos permite formar o número 51111 com 13 palitos. A soma dos algarismos deste número é $5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA C
Codificando as vogais, temos $A = 50$, $E = 54$, $I = 63$, $O = 73$ e $U = 84$. O número 01145578 não contém o algarismo 3, o que mostra que entre as vogais que Camila codificou não aparecem o I e o O. Temos então três casos para analisar, de acordo com as possíveis vogais codificadas por Camila.

	0	**1**	**2**	**3**	**4**
5	**A**	**B**	C	D	**E**
6	F	G	H	I	J
7	L	**M**	**N**	O	P
8	Q	**R**	S	T	**U**
9	V	X	Z		

- **A e E:** retirando os algarismos usados para codificar estas vogais de 01145578, sobram os algarismos 1, 1, 7 e 8, que correspondem a $M = 71$ e $R = 81$.
- **A e U:** aqui sobram os algarismos 1, 1, 5 e 7, que correspondem a $B = 51$ e $M = 71$.
- **E e U:** este caso não é possível, pois há apenas um algarismo 4 em 01145578.

Nos dois casos possíveis aparecem as letras A e M, ou seja, podemos garantir Camila codificou a letra M.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA E
Vamos imaginar que o torneio acabou. Para os 56 times que foram eliminados após perder 2 partidas cada um, contamos $56 \times 2 = 112$ derrotas. Como o campeão perdeu uma vez, o número total de derrotas foi $112 + 1 = 113$. Além disso, como não houve empates, em cada partida um time ganhou e o outro perdeu; logo, o número total de derrotas é igual ao número total de partidas.